

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
------	--	------

۰/۵	۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. الف) نقطه $x = 0$ یک نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است. ب) تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ مشتق پذیر است.
۰/۷۵	۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) برد تابع $y = \tan x$ با دامنه $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\} - \left[ \frac{\pi}{3}, \pi \right]$ برابر ..... است. ب) مشتق دوم تابع $y = \sin x$ در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ برابر ..... است.
۱	۳	نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. الف) نمودار تابع $g(x) = -3f\left(\frac{1}{4}x\right)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g(5)$ را به دست آورید.
۱	۴	نمودار تابع $f(x) = -(x-2)^3 + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = x^3$ رسم کنید و صعودی یا نزولی بودن تابع $f$ را بررسی کنید.
۰/۵	۵	اگر $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x+1}$ باشد، حدود $x$ را به دست آورید.
۱	۶	اگر چند جمله ای $p(x) = x^2 + a - 2$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، مقدار $a$ را بیابید.
۱/۲۵	۷	قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos bx + c$ به صورت مقابل است، مقادیر $a, b, c$ را بیابید.
۱/۲۵	۸	معادله $\cos x(2 \cos x - 7) = 4$ را حل کنید.



سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی فیزیک	تعداد صفحه: ۲	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوازدهم	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۳
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخبرگ دارد) (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
------	---	------

۹	حاصل حدود زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5-4x+3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2}$	۱/۲۵
۱۰	الف) (مجانبات های قائم و افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$ را به دست آورید. ب) وضعیت نمودار $f(x)$ را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.	۱/۷۵
۱۱	مطابق شکل روبه رو خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر نمودار تابع $f$ مماس و در نقطه $Q(2a+1, a)$ آن را قطع می کند. اگر $f'(1) = -1$ مقدار $a$ را بیابید.	۱
۱۲	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ را در نقطه $x=2$ با استفاده از تعریف مشتق بررسی کنید.	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 5x}{x-3}$ ب) $g(x) = (\cos^3 x)(\tan x)$	۲
۱۴	تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$ مفروض است. در نقطه $x=a$ ، آهنگ تغییر لحظه ای تابع کمتر از آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 3]$ است، محدوده $a$ را بیابید.	۱/۲۵
۱۵	نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ به صورت مقابل است. مقادیر $a$ و $b$ را بیابید.	۱
۱۶	یک مستطیل در یک نیم دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۲ سانتی متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.	۱/۵
۱۷	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ را رسم کنید.	۲
۲۰	جمع نمره	صفحه ۲ از ۲



## باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	ساعت شروع: <b>۱۰:۳۰ صبح</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج از کشوردی ماه ۱۴۰۳		مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir		

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۹)      ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۰)	۰/۵
---	---	-----

۲	الف) $(0, \sqrt{3}) - \mathbb{R}$ یا $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{3}, +\infty)$ (۰/۵) (صفحه ۳۲)      ب) $-1$ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۱)	۰/۷۵
---	---	------

۳	روش اول: رسم هر مرحله (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. روش دوم: (انتقال نقاط)	۱
$\underbrace{(-1, 0) \rightarrow (-2, 0)}_{0/25}$ $\underbrace{(0, 2) \rightarrow (0, -6)}_{0/25}$		
<p>(ب) <math>g(5) = -6</math> (۰/۲۵) (صفحه ۱۰)</p>		

۴	به رسم نمودار (انتقال افقی (۰/۲۵)، انتقال عمودی (۰/۲۵) و قرینه‌یابی (۰/۲۵)) نمره تعلق گیرد. $f(x)$ اکیدا نزولی (یا نزولی) است. (۰/۲۵) (صفحه ۲۱)	۱

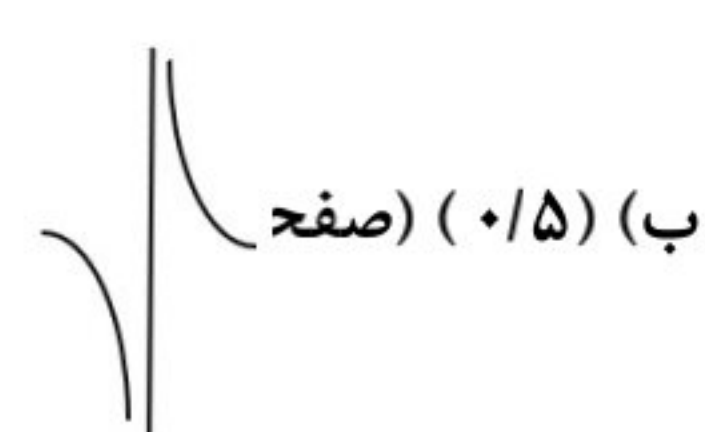
۵	(صفحه ۲۲)	۰/۵
$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3} \Rightarrow \underbrace{x+1 \geq 2x-3}_{0/25} \Rightarrow \underbrace{x \leq 4}_{0/25}$		

۶	(صفحه ۱۹)	۱
$\underbrace{x-a=0 \Rightarrow x=a}_{0/25}$ $\underbrace{a^2+a-2=0 \Rightarrow a=1}_{0/25} \quad \text{یا} \quad \underbrace{a=-2}_{0/25}$		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow  b  = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $f(\pi) = -1 \Rightarrow \underbrace{a \cos(b\pi) + c = -1}_{0/25} \xrightarrow{ b =\frac{1}{2}} a \times 0 + c = -1 \Rightarrow c = -1 \quad (0/25)$ <p>روش اول محاسبه <math>a</math>) <math>\max = 2 \Rightarrow  a  + c = 2 \xrightarrow{c=-1}  a  = 3 \quad (0/25) \xrightarrow{a&gt;0} a = 3 \quad (0/25)</math></p> <p>روش دوم محاسبه <math>a</math>) <math>f(0) = 2 \Rightarrow a + c = 2 \xrightarrow{c=-1} a = 3 \quad (0/5)</math> (صفحه ۲۸)</p>	
۸	$\cos x (2 \cos x - 7) = 4 \Rightarrow \underbrace{2 \cos^2 x - 7 \cos x - 4 = 0}_{0/25} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 4 \times \quad (0/25) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \quad (0/25) \end{cases}$ $\underbrace{\cos x = \cos \frac{2\pi}{3}}_{0/25} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (0/25) \quad (\text{صفحه ۴۱})$	
۹	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-7}{x^5 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0 \quad (0/25)</math> (صفحه ۶۶)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x + x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 x}{x^2} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{x} = 1 - \infty = -\infty \quad (0/25)</math> (صفحه ۵۴)</p>	
۱۰	<p>الف) خط <math>x = 1</math> مجانب قائم است (۰/۲۵) زیرا:</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{x^3 - 1} = -\infty \quad (0/25) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x^3 - 1} = +\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0 \quad (0/25)$ <p>پس خط <math>y = 0</math> مجانب افقی است. (۰/۲۵) (صفحه ۶۹)</p> <p>ب) (۰/۵) (صفحه ۶۹)</p> 	

صفحه ۲ از ۴



راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	خط $d$ در نقطه $P(1,3)$ بر تابع $f(x)$ مماس است، بنابراین شیب خط $d$ برابر $-1$ است. (۰/۲۵) روش اول: معادله خط $d$ بصورت زیر است: $y - 3 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 4 \xrightarrow{Q(2a+1, a) \in d} a = -2a - 1 + 4 \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a - 3}{2a + 1 - 1} = -1 \Rightarrow a = 1 \quad (0/25)$ روش دوم: (صفحه ۸۳)	۱
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x - 2 }{x - 2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - 2}{x - 2} = 1 \quad (0/25) \end{cases}$ پس $f(x)$ در $x = 2$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵) (صفحه ۸۶)	۱
۱۳	الف) $f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - 5\right)(x - 3) - (1)(\sqrt{x} - 5x)}{(x - 3)^2}$ ب) $g'(x) = \underbrace{(3(-\sin x) \cos^2 x)(\tan x)}_{0/5} + \underbrace{(\cos^3 x)(1 + \tan^2 x)}_{0/5}$ (صفحه ۱۰۱)	۲
۱۴	آهنگ متوسط تغییر در بازه $[0, 3]$ : $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-2 - 1}{3} = -1 \quad (0/25)$ آهنگ لحظه‌ای تغییر برابر $f'(x) = x^2 - 4$ است. $f'(a) < -1 \Rightarrow a^2 - 4 < -1 \Rightarrow a^2 < 3 \Rightarrow -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$ (صفحه ۱۱۰)	۱/۲۵
صفحه ۲ از ۴		

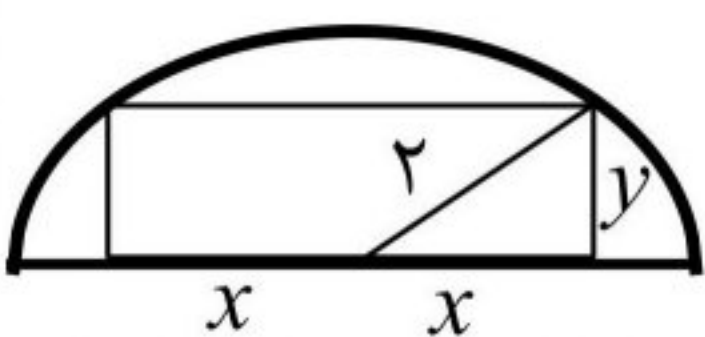


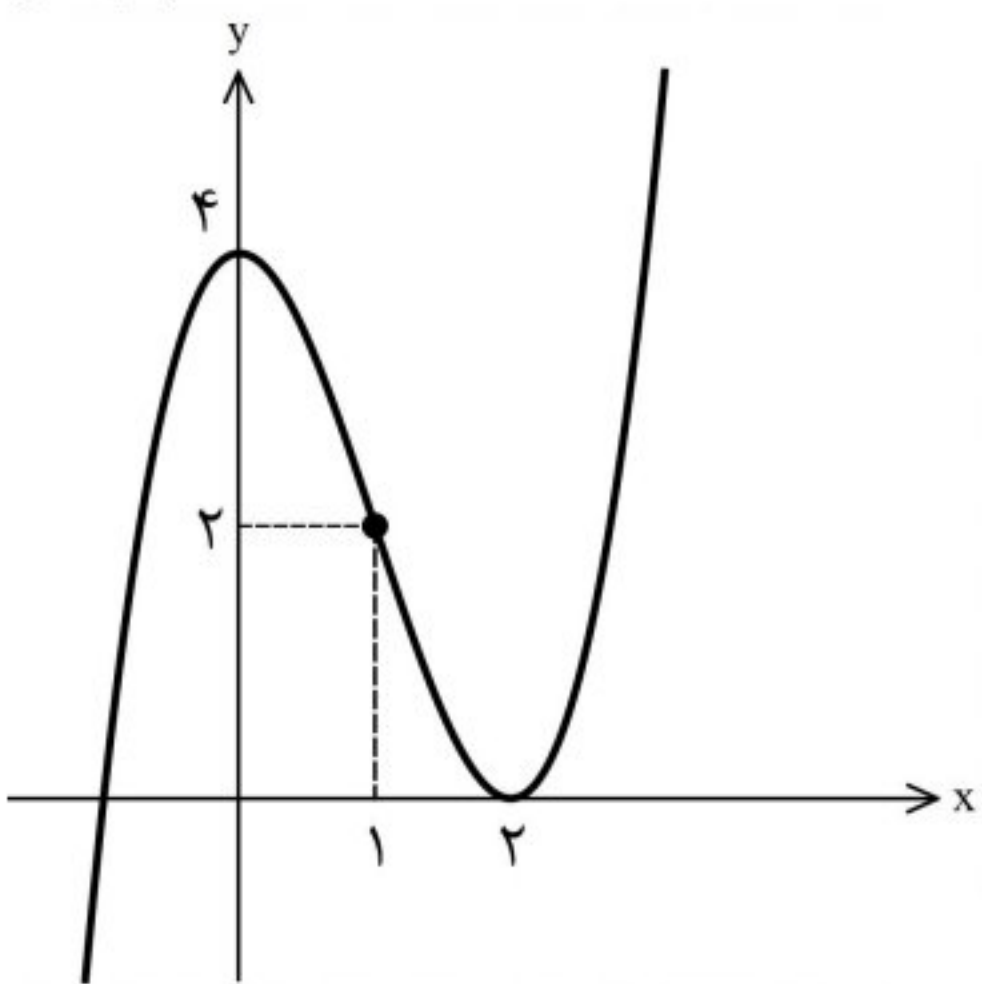
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: <b>حسابان ۲</b>		رشته: <b>ریاضی و فیزیک</b>
دوازدهم	تاریخ آزمون: <b>۱۴۰۳/۱۰/۰۳</b>	مدت آزمون: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج از کشوری ماه ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	$f'(1) = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + a \rightarrow 3(1)^2 + a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (0/5)$ $f(1) = 2 \Rightarrow (1)^3 + a(1) + b = 2 \xrightarrow{a=-3} 1 - 3 + b = 2 \Rightarrow b = 4 \quad (0/5)$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۲۶)</p>
----	--

۱۶	<p>با توجه به شکل <math>y^2 + x^2 = 4</math> پس <math>y = \sqrt{4-x^2}</math> در نتیجه:</p>  $S = 2xy \xrightarrow{y=\sqrt{4-x^2}} S(x) = 2x\sqrt{4-x^2} \Rightarrow S'(x) = 2\sqrt{4-x^2} + \frac{(-2x)}{2\sqrt{4-x^2}}(2x)$ $S'(x) = 0 \rightarrow \frac{2(4-x^2) - 2x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{2} \Rightarrow y = \sqrt{2}$ <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۲۶)</p>
----	---

۱۷	$f'(x) = (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=2 \quad (0/5)$ $f''(x) = 6x - 6 \xrightarrow{f''(x)=0} x=1 \quad (0/25)$  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>f'</math></td> <td>+   -</td> <td>-   +</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f''</math></td> <td>-   -</td> <td>+   +</td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f</math></td> <td>↗   ↘</td> <td>↘   ↗</td> <td></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(0/75)</p> <p style="text-align: right;">(صفحه ۱۳۹)</p> <p>اگر دانش آموزی در ضابطه تابع ابتدا حاصلضرب پیرانتزها را به دست آورد و سپس مشتق بگیرد، نمره تعلق گیرد.</p>		0	1	2	$f'$	+   -	-   +		$f''$	-   -	+   +		$f$	↗   ↘	↘   ↗	
	0	1	2														
$f'$	+   -	-   +															
$f''$	-   -	+   +															
$f$	↗   ↘	↘   ↗															

۲۰	جمع نمره	صفحه ۴ از ۴
----	----------	-------------